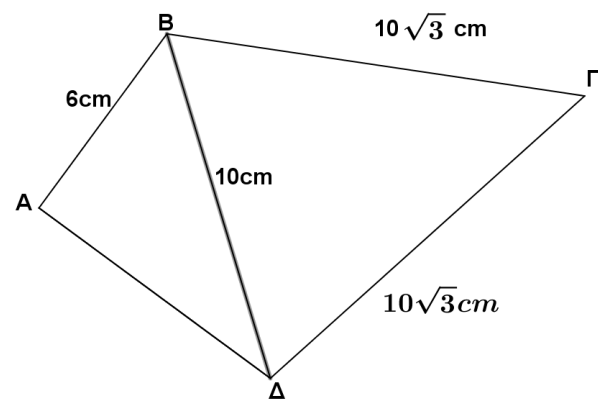


ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΑΣΚΗΣΕΙΣ Β ΚΟΙΝΟΣ ΚΟΡΜΟΣ

ΕΝΟΤΗΤΑ 1: Τριγωνομετρία

1. Αν σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει $\alpha \cdot \eta\mu A = \beta \cdot \eta\mu B$, να δείξετε ότι το τρίγωνο $AB\Gamma$ είναι ισοσκελές.
2. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται $\hat{A} = 30^\circ$, $\alpha = 4\sqrt{2}$ cm, και $\beta = 8$ cm. Να υπολογίσετε τη γωνιά $\hat{B}$ του τριγώνου.
3. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $a = 2\beta \sin \Gamma$. Να αποδείξετε ότι το τρίγωνο είναι ισοσκελές.
4. Σε τρίγωνο $AB\Gamma$ δίνονται $\hat{A} = 60^\circ$, $\gamma = 2$ cm και $E = 2\sqrt{3}$ cm². Να επιλύσετε το τρίγωνο.
5. α) Δίνεται τρίγωνο $AB\Gamma$ με $a = 3\sqrt{3}$ cm, και $\beta = 3$ cm. Να βρείτε:
 - ι) τη γωνία B του τριγώνου,
 - ii) την πλευρά γ του τριγώνου,
 - iii) το εμβαδόν του τριγώνου.
 β) Να αποδείξετε ότι σε κάθε τρίγωνο $AB\Gamma$ ισχύει η σχέση $\beta \gamma \sin A + \alpha \gamma \sin B - \gamma^2 = 0$

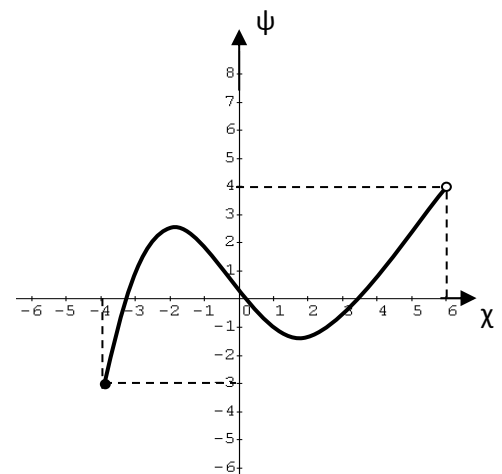
6. Στο διπλανό τετράπλευρο $AB\Gamma\Delta$ δίνονται τα μήκη των πλευρών $AB=6$ cm, $B\Delta=10$ cm και $B\Gamma=\Gamma\Delta=10\sqrt{3}$ cm. Να υπολογίσετε:
 - (α) το μέτρο της γωνίας Γ
 - (β) το εμβαδό του τετραπλεύρου $AB\Gamma\Delta$



ΕΝΟΤΗΤΑ 2: Συναρτήσεις

7. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης $f(x) = \frac{2x-1}{x-5}$.
8. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = 2x^2 + 1$ με πεδίο ορισμού το σύνολο $A = \{-1, 0, 2, 4\}$. Να γράψετε το Γράφημα της f .

9. Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση της συνάρτησης f . Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της.



10. Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{2x}{x+1}$ και $g(x) = \frac{x^2+x}{x}$

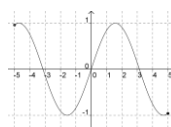
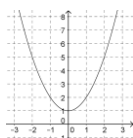
Να βρείτε:

- (α) το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της f
 (β) τον τύπο και το πεδίο ορισμού της $f \cdot g$

11. Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών των πιο κάτω συναρτήσεων:

α)

β)



12. α) Δίνονται οι συναρτήσεις $f(x) = \frac{x+3}{2-x^2}$ και $g(x) = 2x^3 + Ax^2 - 3x - 2A$.

i) Να υπολογίσετε τις τιμές $f(1)$, $f(0)$ και $f(-3)$.

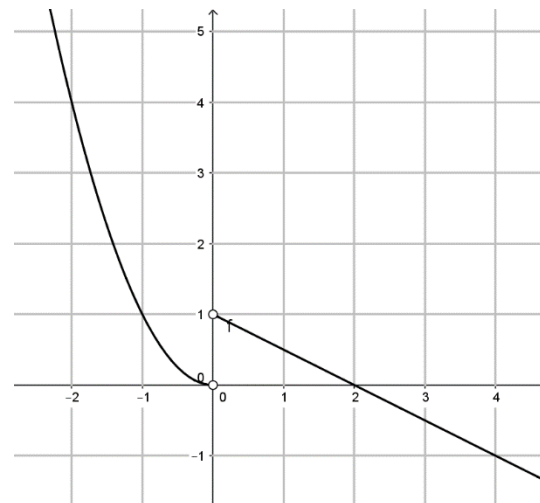
ii) Αν $g(2) = 6$, να υπολογίσετε την τιμή του A .

β) Στο διπλανό σχήμα δίνεται η γραφική παράσταση μιας συνάρτησης h .

i) Να βρείτε το πεδίο ορισμού και το σύνολο τιμών της συνάρτησης.

ii) Να υπολογίσετε τα πιο κάτω όρια (αν υπάρχουν):

$$\lim_{x \rightarrow -2} h(x) = \quad \lim_{x \rightarrow 0^+} h(x) = \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) =$$



13. Δίνονται οι συναρτήσεις $f: A \rightarrow \mathbb{R}$, $g: B \rightarrow \mathbb{R}$, $A, B \subseteq \mathbb{R}$ με τύπους:

$$f(x) = \frac{x^2-9}{x^2-2x-3} \text{ και } g(x) = \frac{x+3}{x+1}.$$

α) Να βρείτε το πεδίο ορισμού των συναρτήσεων f και g .

β) Να βρείτε το σύνολο τιμών της συνάρτησης g

γ) Να εξετάσετε κατά πόσο οι συναρτήσεις f και g είναι ίσες. Στην περίπτωση που ισχύει $f \neq g$, να προσδιορίσετε το ευρύτερο δυνατό υποσύνολο του $\mathbb{R}$, για το οποίο $f = g$.

ΕΝΟΤΗΤΑ 3: Εκθετική- Λογαριθμική συνάρτηση

14. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $2^{x-2} = 8$ β) $\log_3 x = 2$

15. Να λύσετε τις πιο κάτω εξισώσεις:
(α) $2^x \cdot 2^{x+1} = 8$ (β) $\log_2(x+1) = 3$

16. Να λύσετε τις εξισώσεις: α) $7^{x+1} = 7^3$
β) $\log(x+21) = \log x + 3\log 2$

17. Να λύσετε την εξίσωση $\log(4^x - 3 \cdot 2^x + 96) = 2$

18. Να λύσετε την εξίσωση: $3 \cdot 9^x + 5 \cdot 3^x - 2 = 0$.

ΕΝΟΤΗΤΑ 4: Όρια – Παράγωγος

19. Να υπολογίσετε τα πιο κάτω όρια:

(α) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (5x^2 - 7x + 2)$ (β) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 4x}{x - 4}$

20. Να υπολογίσετε τα όρια:

(α) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 2x^2 - 5x + 1)$ (β) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 2x}{x^2 - 4}$

21. Να υπολογίσετε τα όρια

(α) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-4x^3 + 5x^2 + 2x - 4)$ (β) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$

22. Να υπολογίσετε την πρώτη παράγωγο των πιο κάτω συναρτήσεων:

(α) $y = x^5 + 3x^2 + 4, x \in \mathbb{R}$

(β) $y = \frac{4}{x^3} + \sqrt{x}, x > 0$

23. Να βρείτε την παράγωγο της συνάρτησης f με τύπο:

(α) $f(x) = x^3 - 5x^2 + 7x - \sqrt{2}$ (β) $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x - 3}$

24. Να βρείτε την παράγωγο των πιο κάτω συναρτήσεων με τύπο:

(α) $f(x) = x^5 - x^3 + \frac{2}{x} + \pi$ (β) $g(x) = 3x^2(x+1)$

25. Με τη βοήθεια του ορισμού να βρείτε:

(α) την παράγωγο της f με $f(x) = x^2, x \in \mathbb{R}$ στο $x_0 = 1$

(β) την εξίσωση της εφαπτόμενης ευθείας του διαγράμματος της καμπύλης f στο $x_0 = 1$